

## **Les suites « CARAT » : Contrainte Auto-Référentielle A Tiroir**

On s'intéresse ici à des suites de phrases, le terme « suite » pris dans son sens mathématique c'est-à-dire :

- On commence par imposer un terme de départ,
- On formalise une règle de production reliant un terme à son (ou ses) prédécesseurs.

Contrainte : la règle de production assurera la création de phrases à tiroir, et de plus on s'impose que chaque phrase de la suite doit respecter une contrainte autoréférentielle, la même pour tous les membres de la suite.

### **Prenons un exemple.**

Soit la valeur de départ, dite  $P_0 =$  « cette phrase compte trente lettres ». Elle est à l'évidence autoréférentielle.

Soit la règle de production suivante :

$$P_{n+1} = \text{« cette phrase plus »} + \text{« } P_n \text{ »} + \text{« compte xxx lettres »}$$

Qui produit les phrases à tiroir suivantes :

$P_1 =$  cette phrase plus « cette phrase compte trente lettres » compte xxx lettres

$P_2 =$  cette phrase plus « cette phrase plus « cette phrase compte trente lettres » compte xxx lettres » compte yyy lettres

Etc...

Naturellement, il convient que les xxx et autres yyy satisfassent la contrainte autoréférentielle. C'est là que les choses se compliquent, et deviennent intéressantes. Dans cet exemple, on a beau chercher, on ne trouve au rang 1 qu'une seule possibilité :

$P_1 =$  cette phrase plus "cette phrase compte trente lettres" compte soixante quatorze lettres

Au rang 2, on ne trouve aussi qu'une seule possibilité :

$P_2 =$  cette phrase plus "cette phrase plus "cette phrase compte trente lettres" compte soixante quatorze lettres" compte cent quatorze lettres

Pour faire court, on va dire

$$P_1 = 30 - 74$$

$$P_2 = 30 - 74 - 114$$

Jusqu'où peut-on aller ? On peut encore trouver

$$P_3 = 30 - 74 - 114 - 159$$

et puis plus rien, la suite s'arrête là avec son 4ème terme, aucune solution pour aller plus loin.

Est-ce que ce comportement somme toute assez linéaire :  $30 \rightarrow 74 \rightarrow 114 \rightarrow 159$  est la règle générale ?

Pas du tout !

### **Prenons un autre exemple**

Soit la règle de production suivante :

$$P_{n+1} = \text{« cette phrase et »} + \text{« } P_n \text{ »} + \text{« compte xxx lettres »}$$

Au rang 1, comme précédemment on ne trouve qu'une solution :

$$P_1 = \text{cette phrase et "cette phrase compte trente lettres" compte soixante huit lettres}$$

Que l'on va écrire de façon abrégée :

$$P_1 = 30 - 68$$

Au rang, 2, surprise. Plusieurs solutions apparaissent :

$$P_2 = 30 - 68 - 101$$

$$P_2 = 30 - 68 - 102$$

$$P_2 = 30 - 68 - 103$$

$$P_2 = 30 - 68 - 104$$

Cette série n'est guère surprenante. Car si une finale en « 1 » existe, on a toujours les solutions 2,3,et 4 suivantes. En effet

«une » → « deux » → « trois » → « quatre » ont 3, 4, 5, 6 caractères de long.

Du coup, c'est 4 possibilités qu'il faut explorer au rang 3. Faisons le :

- $P_2 = 30 - 68 - 101$  se révèle une impasse.
- $P_2 = 30 - 68 - 102$  produit une seule suite « directe » puis s'arrête :  
 $P_7 = 30-68-102-140-185-228-277-319$
- $P_2 = 30 - 68 - 104$  se révèle une impasse.
- $P_2 = 30 - 68 - 103$  quand à lui réserve une surprise :

C'est tout un arbre de solutions qui s'ouvre. Pas moins de 82 possibilités, avec des voies sans issues, des branches de toutes les longueurs et des rameaux de toutes les complexités.

La plus longue branche de cet arbre identifie une solution de rang 27 :

$$P_{27} = 30-68-103-145-194-238-287-332-382-426-477-521-566-600-645-695-739-788-833-882-925-972-1006-1049-1098-1145-1198-1251$$

On dira que la suite pèse 27 carats.

### **Prenons un dernier exemple**

Je suis certain que vous avez noté l'approximation orthographique de  
cette phrase et "cette phrase compte trente lettres" compte soixante huit lettres

et vous auriez préféré une forme plus correcte

cette phrase et "cette phrase compte trente lettres" comptent soixante huit lettres

Qu'à cela ne tienne, étudions la règle de production suivante :

$$P_{n+1} = \text{« cette phrase et »} + \text{« } P_n \text{ »} + \text{« comptent xxx lettres »}$$

Ce sera vite fait.

Cette suite n'a AUCUNE autre solution que son terme initial de rang 0. Elle ne vaut donc rien, pas le moindre carat.

## Que peut-on en conclure ?

Il est clair que la seule différence entre telle ou telle règle de production est le nombre fixe de lettres rajoutée par les mots qui font la liaison entre deux termes consécutifs. Ainsi, dans l'exemple

$P_{n+1} = \text{« cette phrase et »} + \text{« } P_n \text{ »} + \text{« compte xxx lettres »}$

on ajoute à chaque terme les mots « cette phrase et compte lettres », et à chaque fois le jeu consiste à trouver un ou plusieurs nombres en lettres qui correspondent.

## Quel est le nombre de lettres ajoutées par le mécanisme de production qui permet la constitution de la plus longue phrase possible ?

Une étude détaillée montre que le record de longueur est obtenu par ajout de 30 caractères en plus des mots «compte lettres ». Par exemple, on peut choisir pour ces 30 caractères la liaison suivante : « cette phrase ajoutée à cette phrase ».

Ce modèle de production donne alors (par exemple :

$P_0 =$  cette phrase compte trente lettres

$P_1 =$  cette phrase ajoutée à cette phrase « cette phrase compte trente lettres » compte quatre-vingt huit lettres

$P_2 =$  cette phrase ajoutée à cette phrase « cette phrase ajoutée à cette phrase « cette phrase compte trente lettres » compte quatre-vingt huit lettres » compte cent quarante sept lettres etc...

Les suites possibles générées par ce modèle sont d'une prodigieuse complexité, organisées dans une structure d'arbre qui ne comporte pas moins de 588 branches.

La plus courte branche donne un terme de rang 2, c'est 30 – 88 – 146, qui est une impasse. La plus longue correspond à un terme de rang 78, et le dernier chiffre en lettre atteint est 5335. Son expression en chiffres est :

$P_{78} = 30-88-147-204-266-327-397-462-523-589-653-708-773-830-899-964-1019-1083-1147-1207-1278-1347-1409-1483-1552-1612-1681-1751-1811-1881-1951-2007-2072-2138-2201-2275-2348-2417-2497-2569-2638-2701-2775-2846-2914-2989-3055-3119-3192-3265-3336-3400-3476-3549-3615-3694-3766-3837-3902-3976-4042-4100-4174-4248-4316-4397-4475-4549-4617-4695-4771-4845-4913-4994-5059-5120-5190-5264-5335$

Pourquoi l'écart 74 entre deux termes consécutifs revient il si souvent ? Question ouverte.

Il est intéressant de voir que le modèle de production envisagé génère un record absolu très isolé parmi les autres modèles de production, dont les suites « record » n'excèdent que rarement une dizaine de termes.

Notre suite de record absolu pèse donc 78 carats ! Il n'en existe aucune aussi longue, quelque soit la règle de production choisie entre deux termes consécutifs. Cette suite maximale ne dépend elle que des choix orthographiques effectués en français pour désigner les chiffres de un à .... l'infini ? Question ouverte .

La phrase record en lettres est indiquée ci dessous. On pourrait l'appeler

## la phrase térato-caratoïde.

Vous vérifierez qu'elle comporte bien 5335 lettres ! Elle est 78 fois autoréférentielle.

cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette p  
hrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase a  
joutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée  
à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette  
phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase  
"cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette  
phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase  
ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée  
à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cet  
te phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phra  
se "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cet  
te phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phra  
se ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajou  
tée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à c  
ette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette ph  
rase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "c  
ette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette ph  
rase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase aj  
outée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à  
cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette  
phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase  
"cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette  
phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase  
ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée  
à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cett  
e phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phras  
e "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cett  
e phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phras  
e ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajout  
ée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à ce  
tte phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phr  
ase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "ce  
tte phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phr  
ase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajo  
utée à cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase ajoutée à  
cette phrase "cette phrase ajoutée à cette phrase "cette phrase compte trente let  
tres" compte quatre-vingt huit lettres" compte cent quarante sept lettres" compte  
deux cent quatre lettres" compte deux cent soixante six lettres" compte trois ce  
nt vingt sept lettres" compte trois cent quatre-vingt dix-sept lettres" compte qu  
atre cent soixante deux lettres" compte cinq cent vingt trois lettres" compte cin  
q cent quatre-vingt neuf lettres" compte six cent cinquante trois lettres" compte  
sept cent huit lettres" compte sept cent soixante treize lettres" compte huit ce  
nt trente lettres" compte huit cent quatre-vingt dix-neuf lettres" compte neuf c  
ent soixante quatre lettres" compte mille dix-neuf lettres" compte mille quatre-v  
ingt trois lettres" compte mille cent quarante sept lettres" compte mille deux ce  
nt sept lettres" compte mille deux cent soixante dix-huit lettres" compte mille t

rois cent quarante sept lettres" compte mille quatre cent neuf lettres" compte mille quatre cent quatre-vingt trois lettres" compte mille cinq cent cinquante deux lettres" compte mille six cent douze lettres" compte mille six cent quatre-vingt une lettres" compte mille sept cent cinquante et une lettres" compte mille huit cent onze lettres" compte mille huit cent quatre-vingt une lettres" compte mille neuf cent cinquante et une lettres" compte deux mille sept lettres" compte deux mille soixante douze lettres" compte deux mille cent trente huit lettres" compte deux mille deux cent une lettres" compte deux mille deux cent soixante quinze lettres" compte deux mille trois cent quarante huit lettres" compte deux mille quatre cent dix-sept lettres" compte deux mille quatre cent quatre-vingt dix-sept lettres" compte deux mille cinq cent soixante neuf lettres" compte deux mille six cent trente huit lettres" compte deux mille sept cent une lettres" compte deux mille sept cent soixante quinze lettres" compte deux mille huit cent quarante six lettres" compte deux mille neuf cent quatorze lettres" compte deux mille neuf cent quatre-vingt neuf lettres" compte trois mille cinquante cinq lettres" compte trois mille cent dix-neuf lettres" compte trois mille cent quatre-vingt douze lettres" compte trois mille deux cent soixante cinq lettres" compte trois mille trois cent trente six lettres" compte trois mille quatre cents lettres" compte trois mille quatre cent soixante seize lettres" compte trois mille cinq cent quarante neuf lettres" compte trois mille six cent quinze lettres" compte trois mille six cent quatre-vingt quatorze lettres" compte trois mille sept cent soixante six lettres" compte trois mille huit cent trente sept lettres" compte trois mille neuf cent deux lettres" compte trois mille neuf cent soixante seize lettres" compte quatre mille quarante deux lettres" compte quatre mille cent lettres" compte quatre mille cent soixante quatorze lettres" compte quatre mille deux cent quarante huit lettres" compte quatre mille trois cent seize lettres" compte quatre mille trois cent quatre-vingt dix-sept lettres" compte quatre mille quatre cent soixante quinze lettres" compte quatre mille cinq cent quarante neuf lettres" compte quatre mille six cent dix-sept lettres" compte quatre mille six cent quatre-vingt quinze lettres" compte quatre mille sept cent soixante et onze lettres" compte quatre mille huit cent quarante cinq lettres" compte quatre mille neuf cent treize lettres" compte quatre mille neuf cent quatre-vingt quatorze lettres" compte cinq mille cinquante neuf lettres" compte cinq mille cent vingt lettres" compte cinq mille cent quatre-vingt dix lettres" compte cinq mille deux cent soixante quatre lettres" compte cinq mille trois cent trente cinq lettres.

Jean-Luc Piedanna  
CARATEUR amateur à ses heures